

Cours 3 : Semaine du 27 avril 2020

Bonjour à tous mes élèves de SCN,

Voici donc le troisième cours, nous commençons le chapitre 7 de math SCN. N'oubliez pas aussi de lire le « Faire le point » page 104 et 105 du manuel.

Les exercices : p. 108 # 5, 7, 8
 p. 109 # 10, 11, 12, 13

Je rappelle que ce n'est pas obligatoire (mais préférable) et les objectifs :

- Terminer la matière du programme de math. SCN
- Ne pas avoir trop de retard lorsque l'école reprendra
- Garder nos neurones actives afin de ne pas tout oublier

Faites tout votre possible, je sais que ce n'est pas comme être en classe, ça vous demande une grande autonomie, beaucoup de maturité et d'organisation. Tout ce que vous allez réussir à voir, comprendre et pratiquer sera un plus pour l'an prochain. Si vous avez des questions vous pouvez m'écrire.

Les documents seront aussi déposés dans les « activités de bonification » du site internet de la polyvalente.

À la semaine prochaine.

Votre prof. de maths
Serge
sscrosati@cshc.qc.ca

27 avril 2020

Allô prof - Passage d'une forme d'équation à une autre (12:53) : <https://www.youtube.com/watch?v=Aa-bt3LJRh8>

Allô prof - Équation d'une droite (11:16) : <https://www.youtube.com/watch?v=lr0QBpF0rNw>

abs. orig. ord. orig.

cours 3 : semaine du 27 avril 2020

MATH-SCN
(page 2)

- forme GÉNÉRALE

$$\boxed{Ax + By + C = 0}$$

$$\text{ex: } 12x + 5y - 6 = 0$$

$$\text{ord. orig} = \frac{-C}{B} = \frac{-(-6)}{5} = \frac{6}{5} = 1,2$$

$$\text{abs. orig} = \frac{-C}{A} = \frac{-(-6)}{12} = \frac{6}{12} = 0,5$$

$$\text{pente} = \frac{-A}{B} = \frac{-12}{5} = -2,4$$

B - Passer d'une forme à l'autre

* pour avoir la forme fonctionnelle, il faut la pente et l'ord. à l'origine,

$$\text{ex: } \frac{x}{5} + \frac{y}{-3} = 1 \quad \text{pente} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\boxed{y = 0,6x - 3}$$

$$\text{ord. orig} = -3$$

$$\text{ex: } 3x - 4y + 5 = 0 \quad \text{pente} = \frac{-A}{B} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\boxed{y = 0,75x + 1,25}$$

$$\text{ord. orig} = \frac{-C}{B} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} = 1,25$$

* pour avoir la forme symétrique, il faut l'abs. à l'origine et l'ord. à l'origine

$$\text{ex: } y = 5x - 3 \quad \text{abs. orig} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\frac{x}{0,6} + \frac{y}{-3} = 1$$

$$\text{ord. orig} = -3$$

$$\text{ex: } 2x - 4y + 5 = 0 \quad \text{abs. orig} = \frac{-C}{A} = \frac{-5}{2} = -2,5$$

$$\frac{x}{-2,5} + \frac{y}{1,25} = 1$$

$$\text{ord. orig} = \frac{-C}{B} = \frac{-5}{-4} = 1,25$$

cours 3: semaine du 27 avril 2020

MATH-SCN
(page 2)

→ pour avoir la forme générale, il faut la rendre égale à zéro

$$\text{ex: } y = 3x - 5 \rightarrow \boxed{0 = 3x - y - 5}$$

$$\text{ou } -3x + y + 5 = 0$$

$$\text{ex: } \frac{x^2}{7^4} + \frac{y^2}{4^4} = 1$$

$$\frac{4x + 7y}{28} = 1$$

$$4x + 7y = 28 \rightarrow \boxed{4x + 7y - 28 = 0}$$

Tableau Résume'

FORMES	abs. orig	ord. orig	pente
F. fonctionnelle $y = ax + b$	$\frac{-b}{a}$	paramètre "b"	paramètre "a"
F. symétrique $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	paramètre "a"	paramètre "b"	$\frac{-b}{a}$
F. générale $Ax + By + C = 0$	$\frac{-C}{A}$	$\frac{-C}{B}$	$\frac{-A}{B}$

Faire le point

La droite

En géométrie analytique, la droite se définit comme l'ensemble des points d'un plan cartésien qui vérifient une équation du premier degré à deux variables.

La pente

La pente de la droite qui passe par les points $A(x_1, y_1)$ et $B(x_2, y_2)$ est le rapport de l'accroissement des ordonnées à l'accroissement des abscisses entre deux points de cette droite.

$$\text{Pente de } AB = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Exemple :

Voici comment calculer la pente de la droite qui passe par les points $R(-2, 5)$ et $S(3, -15)$.

$$\text{Pente de } RS = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-15 - 5}{3 - (-2)} = \frac{-20}{5} = -4$$

L'équation d'une droite sous la forme fonctionnelle

Une équation de la forme $y = ax + b$ est l'équation d'une droite sous la forme fonctionnelle.

Dans l'équation d'une droite sous la forme fonctionnelle :

- le paramètre a représente la pente de la droite ;
- le paramètre b représente son ordonnée à l'origine.

L'équation d'une droite sous la forme symétrique

Une équation de la forme $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ où a et $b \in \mathbb{R}^*$ est l'équation d'une droite sous la forme symétrique.

Dans l'équation d'une droite sous la forme symétrique :

- le paramètre a représente son abscisse à l'origine ;
- le paramètre b représente son ordonnée à l'origine ;
- la pente correspond à $-\frac{b}{a}$.

Les lettres qui constituent les paramètres de l'équation d'une droite sous la forme générale sont notées en majuscules.

L'équation d'une droite sous la forme générale

Une équation de la forme $Ax + By + C = 0$ est l'équation d'une droite sous la forme générale.

Dans l'équation d'une droite sous la forme générale :

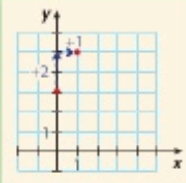
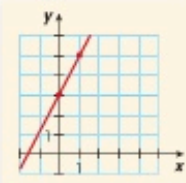
- l'ordonnée à l'origine correspond à $-\frac{C}{B}$;
- l'abscisse à l'origine correspond à $-\frac{C}{A}$;
- la pente correspond à $-\frac{A}{B}$.

Tracer une droite

On procède différemment pour tracer une droite selon la forme d'équation présentée.

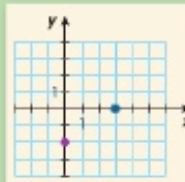
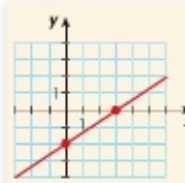
- 1) Voici les étapes à suivre pour tracer une droite dont l'équation est sous la forme fonctionnelle.

Exemple : $y = 2x + 3$

Étape	Démarche
1. À partir de l'ordonnée à l'origine, placer un autre point en utilisant la pente de la droite.	
2. Tracer la droite reliant ces points.	

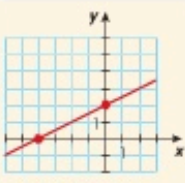
- 2) Voici les étapes à suivre pour tracer une droite dont l'équation est sous la forme symétrique.

Exemple : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

Étape	Démarche
1. À partir des valeurs de l'abscisse à l'origine et de l'ordonnée à l'origine de la droite (dénominateurs des termes en x et en y dans la forme symétrique de l'équation), placer les coordonnées à l'origine dans un plan cartésien.	
2. Tracer la droite passant par ces points.	

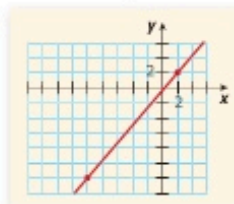
- 3) Voici les étapes à suivre pour tracer une droite dont l'équation est sous la forme générale.

Exemple : $4x - 8y + 16 = 0$

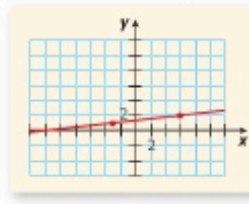
Étape	Démarche						
1. Déterminer l'ordonnée à l'origine de la droite en calculant la valeur de y lorsque $x = 0$. Déterminer l'abscisse à l'origine de la droite en calculant la valeur de x lorsque $y = 0$.	<table border="1" data-bbox="971 1157 1057 1262"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td><td>2</td></tr> <tr> <td>-4</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	x	y	0	2	-4	0
x	y						
0	2						
-4	0						
2. Placer les coordonnées à l'origine dans un plan cartésien et tracer la droite reliant ces points.							

4. Vérifie si le point $H(7, 3)$ appartient à la droite qui passe par les points $E(3, 4)$ et $F(-5, 6)$.
5. Exprime les équations des droites suivantes sous la forme fonctionnelle, puis sous la forme symétrique.
- a) $x - 8y - 6 = 0$ c) $4x - 6y + 9 = 0$
 b) $11x + 3y - 33 = 0$ d) $-0,5x + 9,7y + 19,4 = 0$
6. a) Détermine l'équation des droites suivantes sous la forme générale.

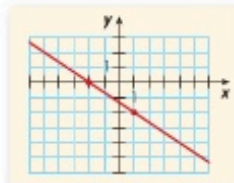
1)



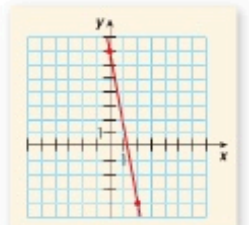
3)



2)



4)



- b) À partir des équations exprimées en a, détermine les coordonnées de deux autres points qui appartiennent à chaque droite et dont :

- 1) l'ordonnée est 10; 2) l'abscisse est -10.

7. Dans quelle forme d'équation (générale, symétrique ou fonctionnelle) trouve-t-on un ou des paramètres qui correspondent directement à :
- a) la pente? b) l'abscisse à l'origine? c) l'ordonnée à l'origine?

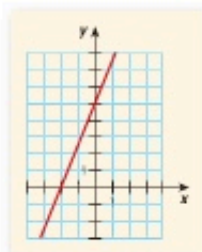
8. Le Piccolo, un remonte-pente de la station de ski alpin BlackComb à Whistler, en Colombie-Britannique, permet aux skieurs d'effectuer une ascension verticale de 500 m sur une distance horizontale de 2 000 m.
- a) Quelle est la pente du Piccolo?
- b) Si le point d'embarquement est situé à une altitude de 1 525 m et qu'il correspond au point $(0, 1525)$ d'un plan cartésien gradué en mètres, quelle est l'équation de la droite modélisant le Piccolo?

Fait divers

Pour ses nombreuses pentes de ski qui sillonnent les Rocheuses et pour ses installations de calibre international, la ville de Whistler, en Colombie-Britannique, a été choisie comme ville hôte des compétitions de ski alpin des Jeux olympiques d'hiver de 2010 de Vancouver.

9. La pente de la droite **CD** est $\frac{5}{6}$ et celle de la droite **EF** est $-\frac{3}{4}$.
- Détermine deux valeurs possibles pour les paramètres a et b de la forme symétrique de l'équation de la droite **CD**.
 - Détermine deux valeurs possibles pour les paramètres A et B de la forme générale de l'équation de la droite **EF**.

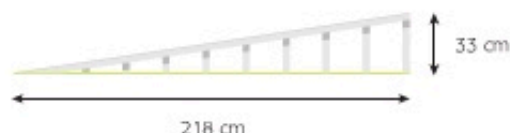
10. Émile a commis une erreur en représentant graphiquement, dans le plan cartésien ci-contre, la droite dont l'équation est $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$. Explique cette erreur.



11. Détermine la forme symétrique de l'équation d'une droite ayant les caractéristiques suivantes.

- Une pente de $\frac{3}{2}$ et une abscisse à l'origine de $\frac{4}{3}$
 - Une pente de $-\frac{3}{4}$ et une ordonnée à l'origine de $\frac{5}{2}$
12. Laquelle des rampes d'accès suivantes a la plus petite pente?

①



②



13. Alex est en hélicoptère à 1 000 m d'altitude. Avec ses jumelles, il regarde son amie Marie qui est en deltaplane. Par radio, Marie l'informe qu'elle est à 200 m d'altitude.

Sachant que la distance qui sépare Alex et Marie est de 1 000 m :

- trace une esquisse de cette situation dans un plan cartésien;
- calcule la distance horizontale entre Alex et Marie;
- détermine l'équation de la droite qui décrit la visée des jumelles d'Alex lorsqu'il regarde Marie.



Mise en pratique

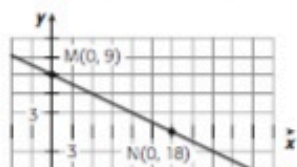
Manuel • p. 107

1. Niveau de difficulté: faible

Droite	a) Pente	b) Forme fonctionnelle
①	1	$y = x - 1$
②	$-\frac{4}{5}$	$y = -\frac{4}{5}x - \frac{2}{5}$
③	0	$y = 5$
④	0	$y = 2$
⑤	$\frac{2}{3}$	$y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$
⑥	1	$y = x$

c) $a = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ ou $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

2. Niveau de difficulté: faible



3. Niveau de difficulté: faible

- a) 1) Ordonnée à l'origine: 3;
abscisse à l'origine: -4
2) Ordonnée à l'origine: -3;
abscisse à l'origine: 12
3) Ordonnée à l'origine: 1;
abscisse à l'origine: $\frac{5}{2}$
b) (voir au bas de la page)

- c) Si le dénominateur du terme en x et celui du terme en y sont du même signe, la pente est négative. En revanche, s'ils sont de signes contraires, la pente est positive.

Manuel • p. 108

4. Niveau de difficulté: faible

Oui, le point H appartient à la droite.

5. Niveau de difficulté: faible

(voir au haut de la page suivante)

6. Niveau de difficulté: moyen

- a) 1) $7x - 6y - 2 = 0$ 3) $x - 9y + 12 = 0$
2) $2x + 3y + 4 = 0$ 4) $11x + 2y - 14 = 0$
b) 1) 1) $(\frac{62}{7}, 10)$
2) $(-17, 10)$
3) $(78, 10)$
4) $(-\frac{6}{11}, 10)$
2) 1) $(-10, -12)$ 3) $(-10, \frac{2}{9})$
2) $(-10, \frac{16}{3})$ 4) $(-10, 62)$

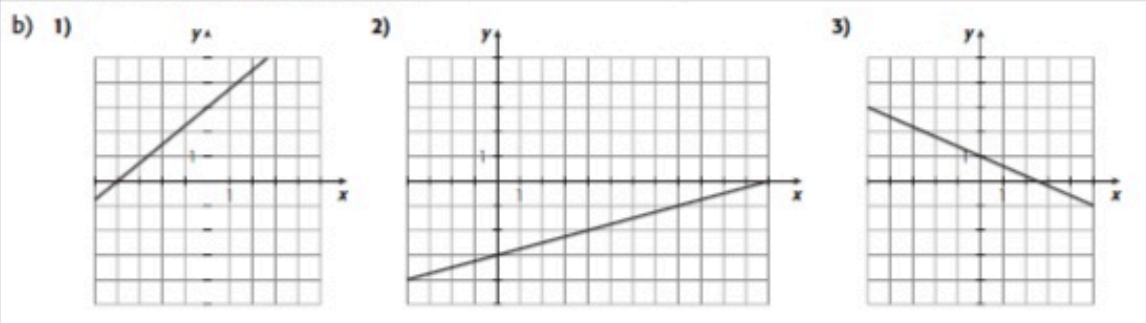
7. Niveau de difficulté: faible

- a) Forme fonctionnelle
b) Forme symétrique
c) Formes fonctionnelle et symétrique

8. Niveau de difficulté: faible

- a) La pente du Piccolo est $\frac{1}{4}$.
b) $y = \frac{x}{4} + 1$ 525

Réponse à la question 3b, page 107



Droite	Forme fonctionnelle	Forme symétrique
a) $x - 8y - 6 = 0$	$y = \frac{1}{8}x - \frac{3}{4}$	$\frac{x}{6} + \frac{y}{-\frac{3}{4}} = 1$
b) $11x + 3y - 33 = 0$	$y = \frac{-11x}{3} + 11$	$\frac{x}{3} + \frac{y}{11} = 1$
c) $4x - 6y + 9 = 0$	$y = \frac{2x}{3} + \frac{3}{2}$	$\frac{x}{-\frac{9}{4}} + \frac{y}{\frac{3}{2}} = 1$
d) $-0,5x + 9,7y + 19,4 = 0$	$y = \frac{5x}{97} - 2$	$\frac{x}{\frac{194}{5}} + \frac{y}{-2} = 1$

Manuel • p. 109

9. Niveau de difficulté : faible

Plusieurs réponses sont possibles.

- a) $a = 6$ et $b = -5$ b) $A = 3$ et $B = 4$

10. Niveau de difficulté : moyen

L'ordonnée à l'origine est -5 . Émile a représenté la droite dont la forme symétrique est $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-5} = 1$.

11. Niveau de difficulté : faible

- a) $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$ b) $\frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$

12. Niveau de difficulté : moyen

Pour calculer la pente de la rampe d'accès ①, on doit considérer 218 cm comme étant l'accroissement des abscisses et 33 cm comme étant l'accroissement des ordonnées.

$$\frac{33}{218} \approx 0,1514$$

La pente de la rampe d'accès ① est d'environ 0,1514. On procède de la même façon pour calculer la pente de la rampe d'accès ②. Cependant, il faut d'abord déterminer le côté qui correspond à l'accroissement des abscisses à l'aide de la relation de Pythagore.

$$\sqrt{240^2 - 36^2} \approx 237,28$$

$$\frac{36}{237,28} \approx 0,1517$$

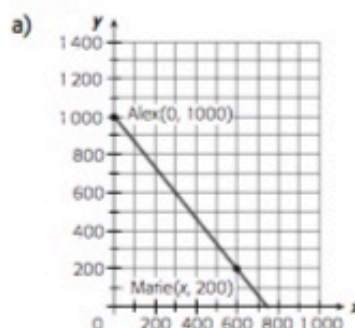
La pente de la rampe d'accès ② est d'environ 0,1517.

La pente de la rampe d'accès ① est légèrement plus petite que celle de la rampe d'accès ②.

13. Niveau de difficulté : faible

Plusieurs réponses sont possibles en a et en b.

Exemple :



- b) On calcule la distance horizontale entre Alex et Marie à l'aide de la relation de Pythagore :

$$\sqrt{1000^2 - (1000 - 200)^2} = 600$$

La distance horizontale entre Alex et Marie est de 600 m.

- c) On détermine la valeur de la pente :

$$\Delta x = 600 - 0 = 600$$

$$\Delta y = 200 - 1\,000 = -800$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-800}{600} = \frac{-4}{3}$$

La pente est $\frac{-4}{3}$.

L'ordonnée à l'origine correspond à la position d'Alex. Donc, l'équation de la droite qui décrit la visée des jumelles d'Alex lorsqu'il regarde Marie est $y = \frac{-4}{3}x + 1\,000$.