

Salut à tous ! Voici la suite des notes avec exercices pour cette semaine... N'hésitez pas à m'envoyer un courriel à mpaquin@cshc.qc.ca pour toutes questions !

Bon courage et à bientôt j'espère !

Mathieu P.

4. RECHERCHE DE LA RÈGLE

La forme cherchée est toujours : $y = a \sin(b(x-h)) + k$

1° Trouver le paramètre a : on sait que $A = |a|$, donc $a = A$ ou $a = -A$.

2° Trouver le paramètre b : on sait que $|b| = \frac{2\pi}{p}$, donc $b = \frac{2\pi}{p}$ ou $b = -\frac{2\pi}{p}$

3° Trouver la valeur du k : le **k est l'ordonnée moyenne** de la fonction. L'ordonnée moyenne est la valeur du y d'une droite horizontale qui couperait en plein milieu la fonction. On peut toujours utiliser le truc suivant : **$k = \min + A$** (ou encore $k = \max - A$)

4° Trouver le paramètre h : On choisit toujours le point (h, k) le plus proche de l'axe des y (à droite de l'axe). On regarde alors l'abscisse du premier point qui a comme y l'ordonnée moyenne trouvée (k).

5° Déterminer les signes de a et b : à **partir du point (h, k)** , on regarde l'allure du graphique :

Si la courbe va vers le haut, alors a et b sont de même signe.

Si la courbe va vers le bas, alors a et b sont de signe contraire.

Les marées correspondent à des variations périodiques du niveau de la mer. Elles sont attribuables à l'attraction de la Lune et du Soleil. Dans un port de l'Atlantique, on peut lire sur une tige métallique, graduée en mètres, la hauteur de la surface de l'eau par rapport au fond de la mer. Lors d'une journée d'été, le niveau minimal de la mer a été de 10m. Le niveau maximal a été de 22m et a été atteint à 5h et 17h. Trouve la règle sinusoïdale de la forme $y = a \sin(b(x-h)) + k$ qui correspond à cette situation. ***Points placés logiquement par symétrie de la courbe sinus.**

1) $A = \frac{|Max-Min|}{2} = \frac{|22-10|}{2} = 6$ donc $a = \pm 6$?

2) $|b| = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ donc $b = \pm \frac{\pi}{6}$?

3) $k = ?$

k est l'ordonnée moyenne de la courbe, donc «la valeur du milieu de la hauteur»

$$k = \min + A = 10 + 6 = 16$$

$$\text{donc; } k = 16$$

4) $h = ?$

h est l'abscisse d'un point ayant k comme ordonnée. Par convention, on prend le premier à droite de l'axe des ordonnées. Donc $h = 2$.

$$(h, k) = (2, 16)$$

5) En partant à $(2, 16)$ la courbe va vers le haut donc a et b sont de même signe.

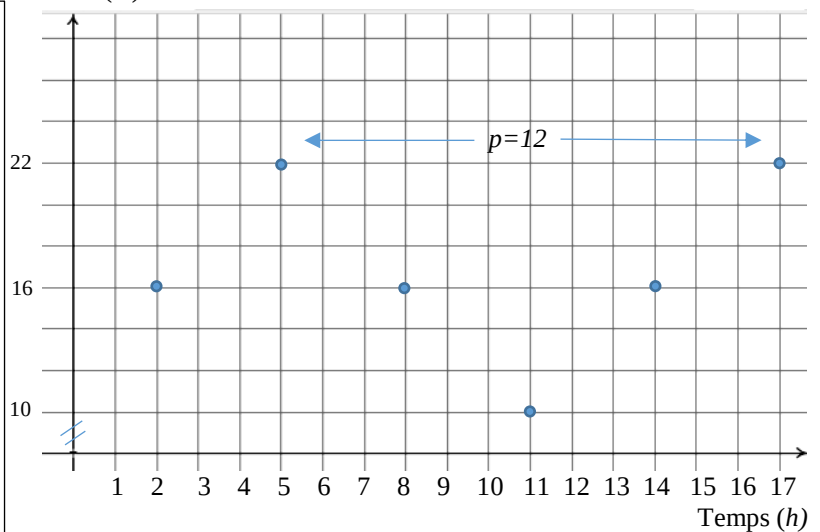
Réponses possibles :

$$y = 6 \sin\left(\frac{\pi}{6}(x - 2)\right) + 16$$

ou

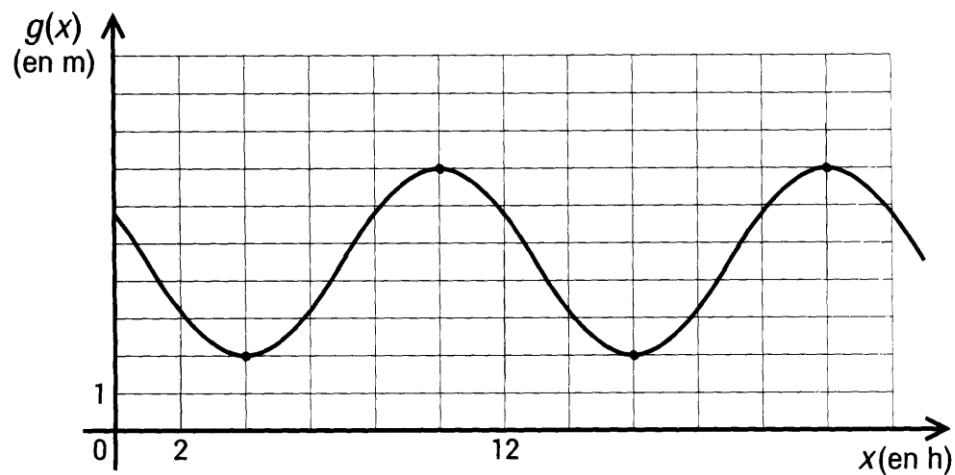
$$y = -6 \sin\left(\frac{-\pi}{6}(x - 2)\right) + 16$$

Hauteur (m)



Essayez l'exemple suivant en exercice...

Exemple : Trouve la règle de cette fonction sinus :



En prenant le premier (h,k) à droite de l'axe des ordonnées vous devriez arriver à :

$$g(x) = 2,5 \sin\left(\frac{-\pi}{6}(x - 1)\right) + 4,5$$

ou

$$g(x) = -2,5 \sin\left(\frac{\pi}{6}(x - 1)\right) + 4,5$$

Exercices dans le manuel : p.109 #6 1)

SUJET 3 : AUTRES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

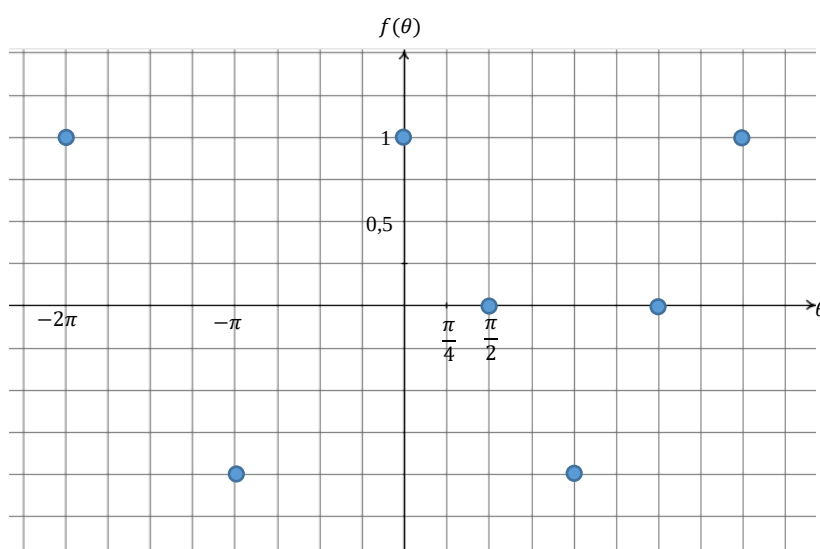
1. LA FONCTION COSINUS DE BASE

- La fonction cosinus de base est une fonction réelle définie à partir du cercle trigonométrique. À chaque arc, elle fait correspondre l'**abscisse** du point trigonométrique situé à l'extrémité de cet arc. La fonction cosinus est périodique et la courbe qui la représente est une sinusoïde. Sa période est 2π et sa courbe est constituée d'un motif qui se répète indéfiniment.
- On dit que la sinusoïde représentant la fonction cosinus de base est obtenue par un déphasage de $-\pi/2$ de la sinusoïde de la fonction sinus de base. Le déphasage correspond à une **translation horizontale**.

- Complète le graphique de la fonction cosinus de base pour $\theta \in [-2\pi, 2\pi]$

$f(\theta) = \cos \theta$ voir votre cercle trigo!!

θ	$f(\theta)$
0	$f(0) = \cos 0 = 1$
$-\pi$	-1
...	



Étude de la fonction cosinus :

- 1° Sa règle est : $f(\theta) = \cos \theta$ ou $y = \cos x$
- 2° Son graphique est : une courbe sinusoïdale (Et oui...même si c'est une fonction cosinus!)
- 3° Son domaine : $\mathbb{R}$ et son codomaine : $[-1, 1]$
- 4° Sa période : 2π Sa fréquence : $\frac{1}{2\pi}$ Son amplitude : 1
- 6° Ses zéros de fonction : $\dots, \frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$ donc $\frac{\pi}{2} + \pi n$ où $n \in \mathbb{Z}$
- 7° Sur l'intervalle $[-2\pi, 2\pi]$: Elle est croissante sur $[-\pi, 0] \cup [\pi, 2\pi]$
Elle est décroissante sur $[-2\pi, -\pi] \cup [0, \pi]$
- 8° Sur l'intervalle $[-2\pi, 2\pi]$: Elle est positive sur $\left[-2\pi, \frac{-3\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$
Elle est négative sur $\left[\frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$
- 9° La réciproque de la fonction est : $y = \arccos x$

2. LA FONCTION COSINUS TRANSFORMÉE

- La règle d'une fonction cosinus transformée est obtenue en introduisant les paramètres a , b , h et k dans la règle de la fonction cosinus de base :

$$y = a \cos(b(x - h)) + k$$

- Puisque le graphique d'une fonction cosinus transformée est une sinusoïde, les paramètres a , b , h et k jouent les mêmes rôles dans les deux fonctions sinus et cosinus.

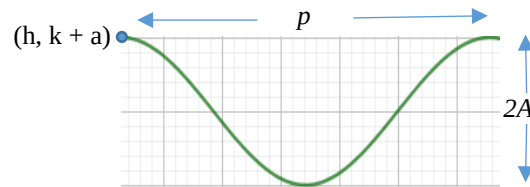
**Mais attention, contrairement à la fct. sinus, (h, k) n'est pas un point de la courbe !*

- Les 4 paramètres nous serviront à tracer le graphique. On trace d'abord un cycle pour ensuite généraliser le graphique en répétant le motif.

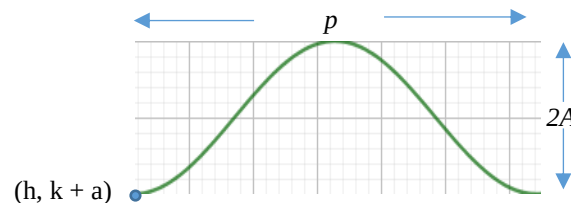
- Pour tracer le graphique d'une fonction cosinus :

1° Placer le point **$(h, k + a)$** qui sera le point de départ du cycle. Ce point est toujours un **extremum** : **Attention de bien utiliser le paramètre « a » et non l'amplitude « A »!*

- si **a est +**, **$(h, k + a)$** est alors un **maximum**. (On le place dans le coin supérieur du rectangle)



- si **a est -**, **$(h, k + a)$** est alors un **minimum**. (On le place dans le coin inférieur du rectangle)



2° On délimite le cycle en formant un rectangle dont :

- la longueur correspond à la période $p = \frac{2\pi}{|b|}$
- la hauteur à $2A$ i.e 2 fois l'amplitude $A = |a|$

**Note le signe de « b » n'a aucune incidence sur le graphique.*

Exemple 1 : Trace la fonction : $y = \frac{1}{2} \cos(2(x-\pi)) + 3$

Solution :

$$a = \frac{1}{2} ; b = 2 ; h = \pi \text{ et } k = 3$$

1) Trouvez $(h, k+a) = (\pi, 3 + \frac{1}{2})$

$$\bullet = (\pi; 3,5)$$

Comme a est + alors $(\pi; 3,5)$ est un max. dans le coin sup. gauche du rectangle.

2) Longueur du rectangle :

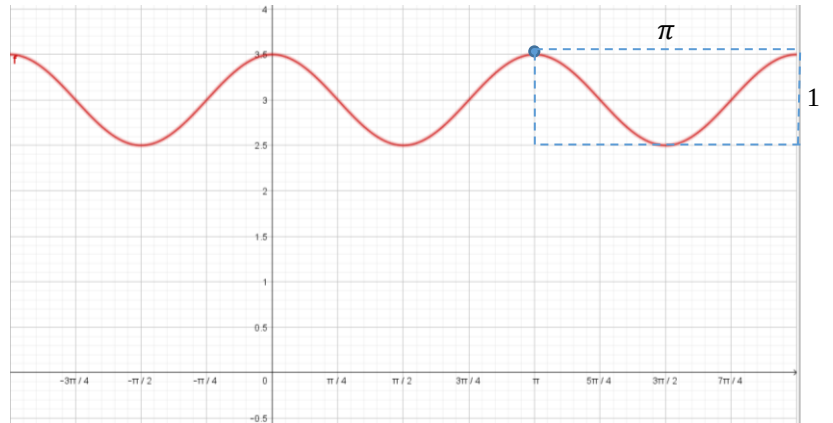
$$p = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$$

Hauteur du rectangle :

$$A = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$$

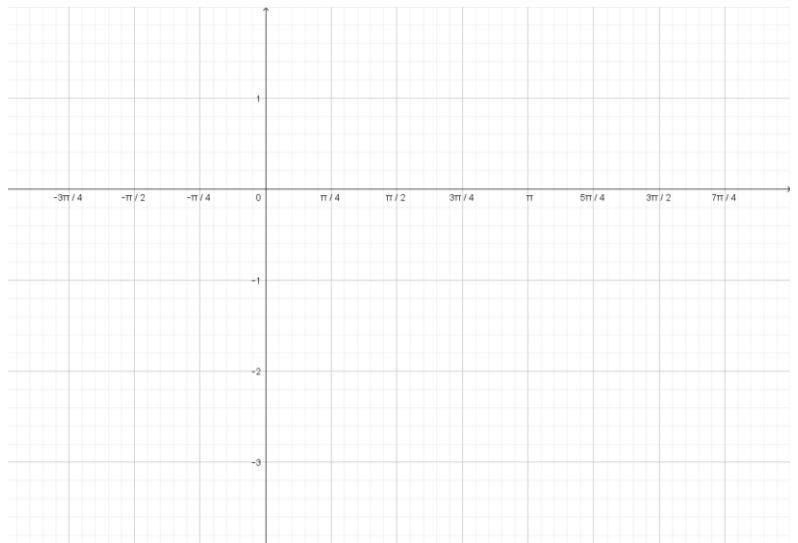
$$\text{donc } 2A = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

*Répétez le motif



Exemple 2 : Trace $y = -2\cos(2x + \pi) - 1$

*Attention ...faire une mise en évidence simple pour trouver vos paramètres !



*Utilisez votre calculatrice graphique pour vérifier votre graphique !

Exercices : p.93 #7b)
p.107 #3c) f)